Metoda Różnic Skończonych

LABORATORIUM METOD OBLICZENIOWYCH

BELKA WIELOPRZĘSŁOWA
– obciążenie: ciągłe, siłą skupioną, momentem skupionym.

Równanie linii ugięcia

Zgodnie z tym, o czym była mowa we wprowadzeniu do poprzedniej prezentacji, funkcja ugięcia ***w(x)*** belki opisana może być równaniem różniczkowym:

$$\frac{d^4}{dx^4} w(x) = \frac{q(x)}{EI(x)} \qquad (1)$$

gdzie: x – położenie,
$q(x)$ – intensywność obciążenia,
E – moduł Younga,
$I(x)$ – moment bezwładności przekroju.

Równanie linii ugięcia

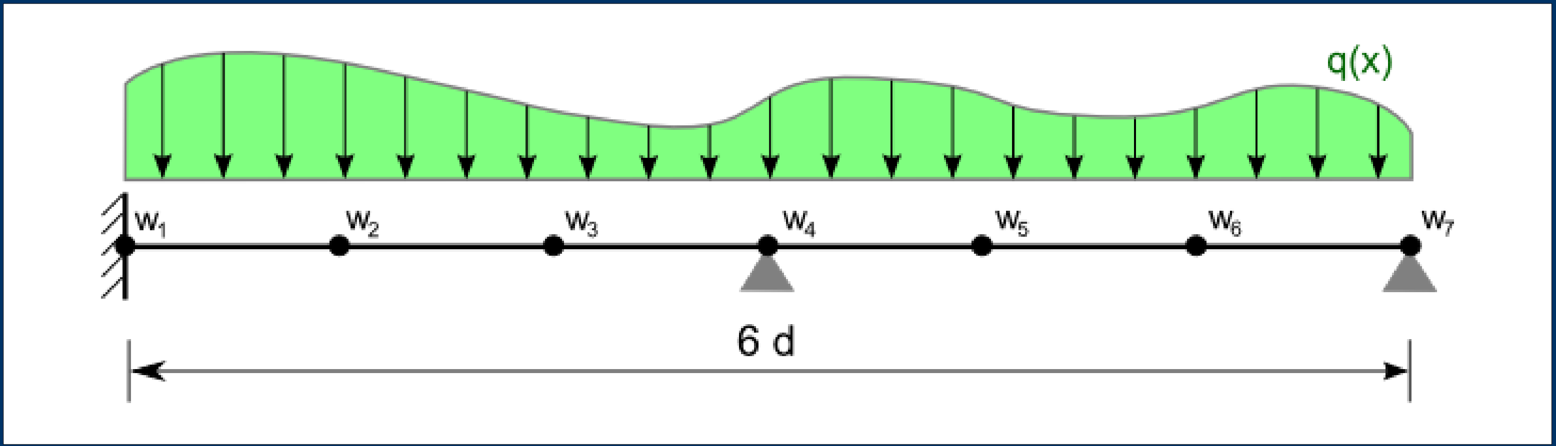
Jak wiadomo, po prawej stronie równania (1) w sposób jawny występuje jedynie intensywność obciążenia ciągłego ***q(x)***, które może być dane w postaci funckji odległości *x* albo, w najprostszym przypadku, jest stałe na całej długości belki (***q(x)=const.***).

$$\frac{d^4}{dx^4} w(x) = \frac{\boxed{q(x)}}{EI(x)} \qquad (1)$$

*Czy możliwe jest zatem uwzględnienie w równaniu innych obciążeń, np. od siły skupionej **F** lub momentu skupionego **M**?*

Obciążenie ciągłe

- **Przykład nr 1**

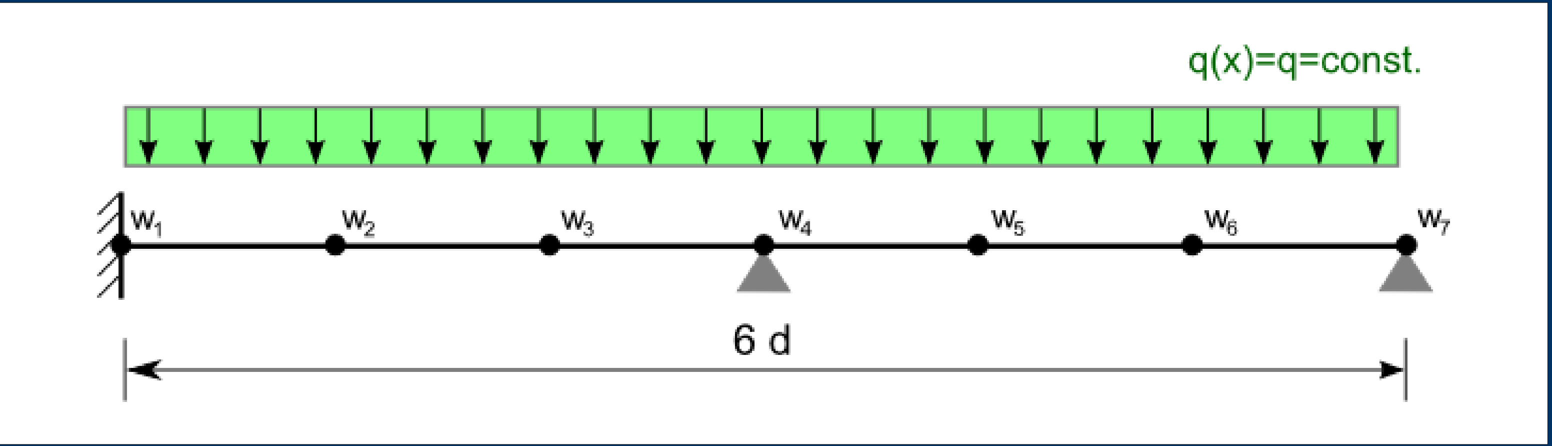


- Wektor obciążenia:

```
q = [q(1) q(2) q(3) q(4) q(5) q(6) q(7)]
```

Obciążenie ciągłe

- **Przykład nr 2**

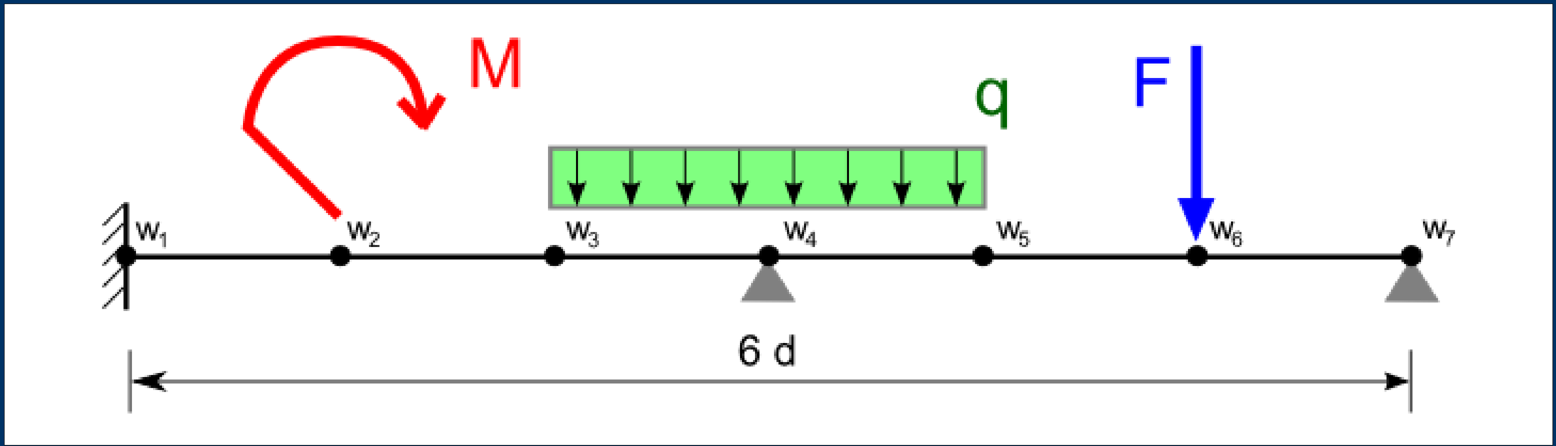


- Wektor obciążenia:

```
q = [q q q q q q q]
```

Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3**

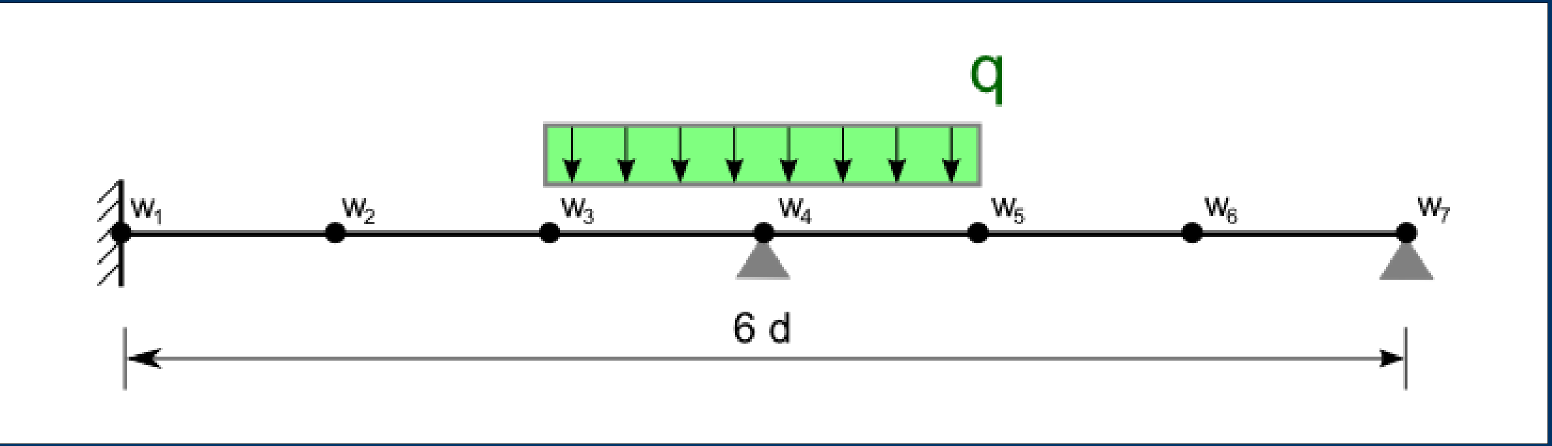


- Wektor obciążenia (zgodnie z tw. superpozycji):

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_M + \mathbf{q}_C + \mathbf{q}_F$$

Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3a**

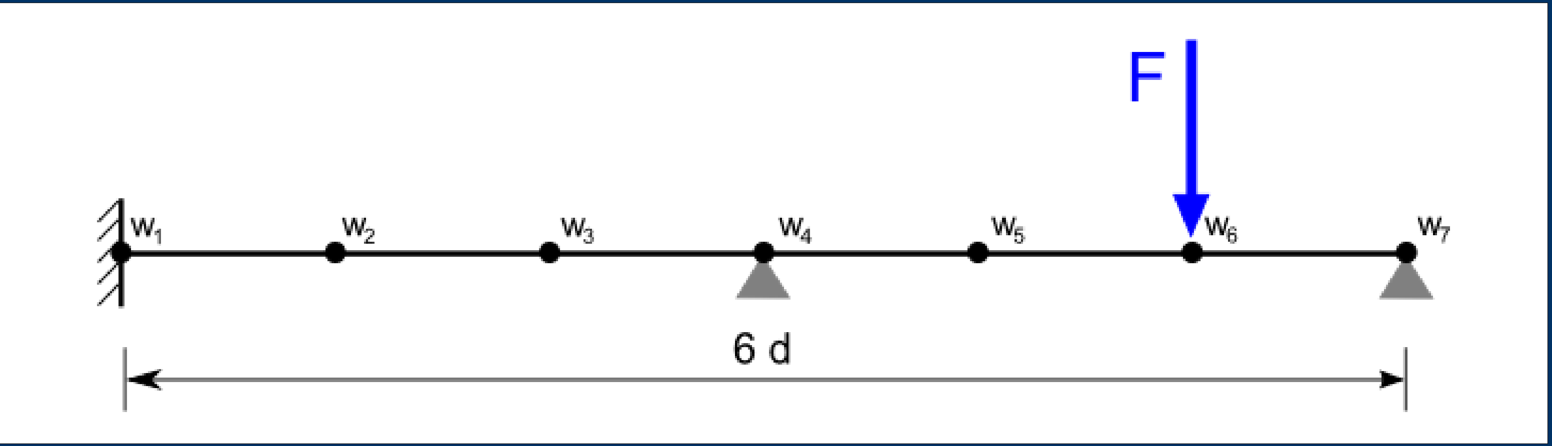


- Wektor obciążenia:

$$q_c = [0 \quad 0 \quad q \quad q \quad q \quad 0 \quad 0]$$

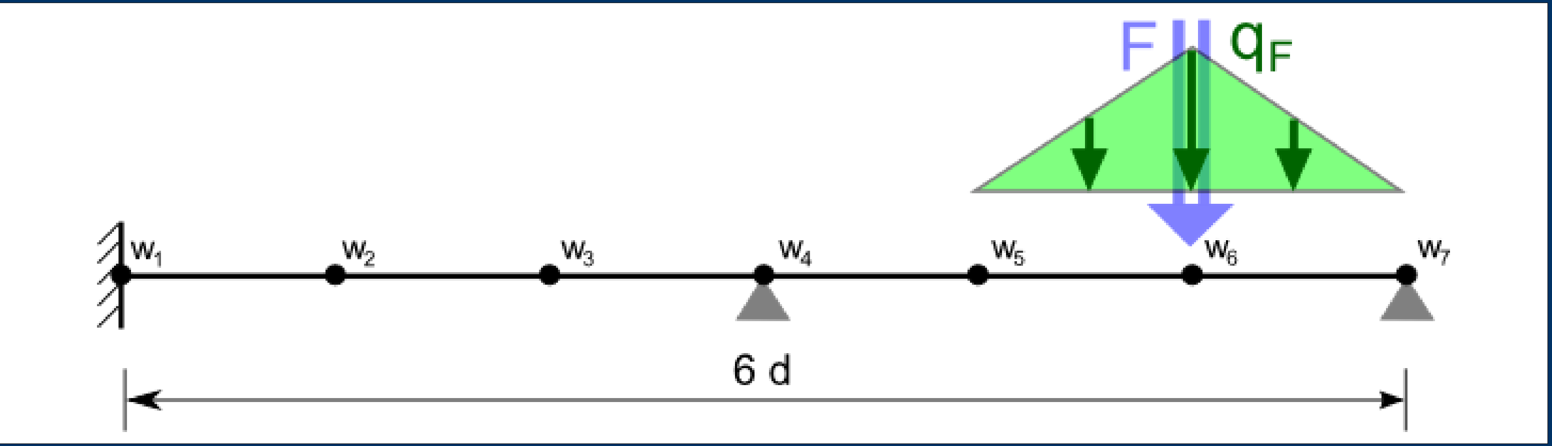
Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3b**



Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3b**



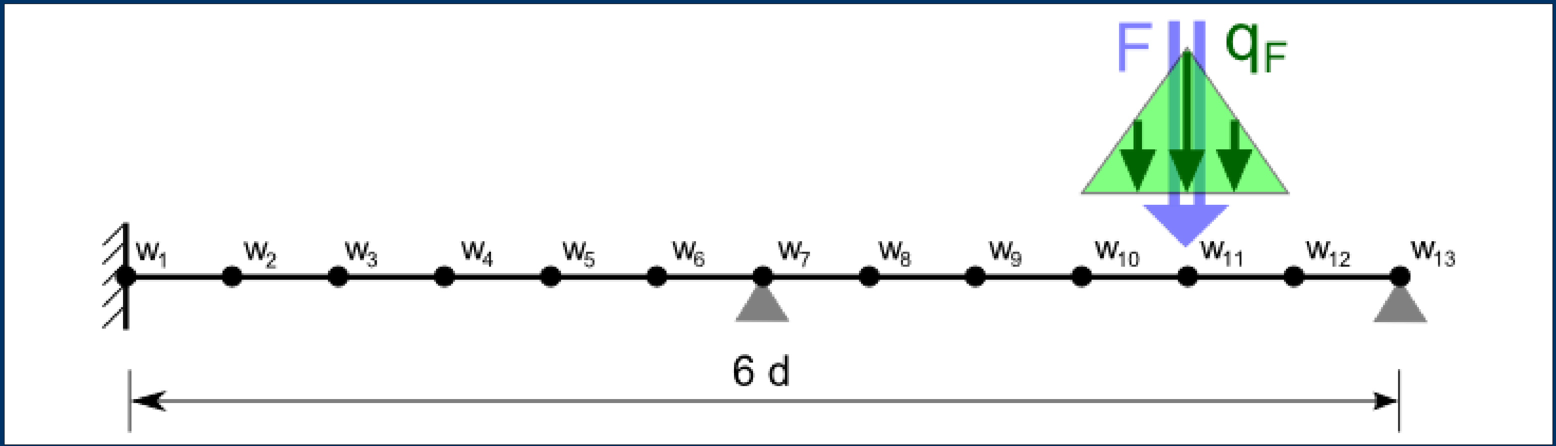
- Wektor obciążenia:

$$q_F = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad q_F \quad 0]$$

gdzie: $h = d$; $F = 1/2 * q_F * 2h \Rightarrow q_F = F/h$

Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3b (poprawa dokładności)**



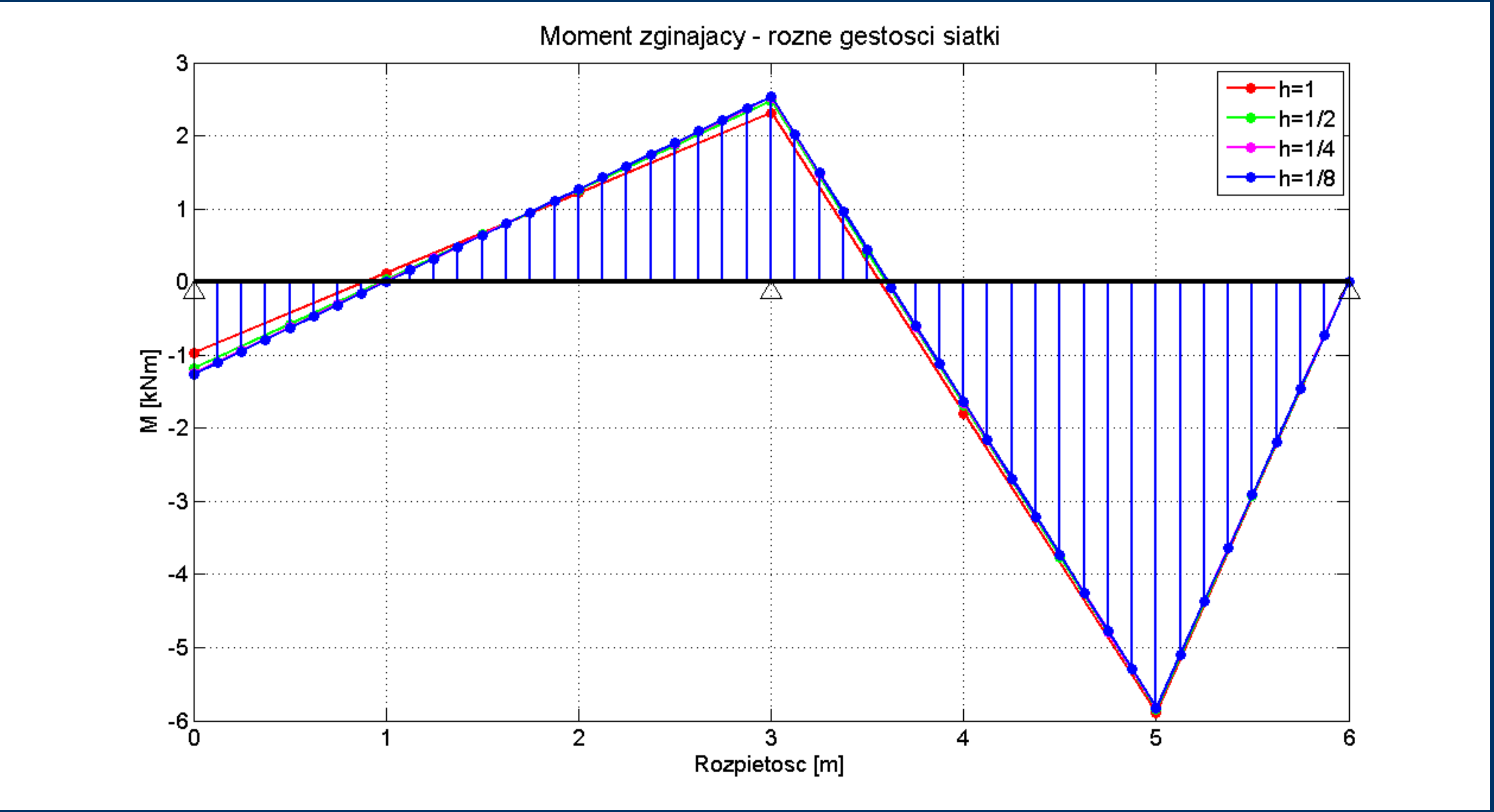
- Wektor obciążenia:

$$q_F = [\,0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; q_F \;\; 0 \;\; 0\,]$$

gdzie: $h = d/2$; $F = 1/2*q_F*2h \;\; => \;\; q_F = F/h$

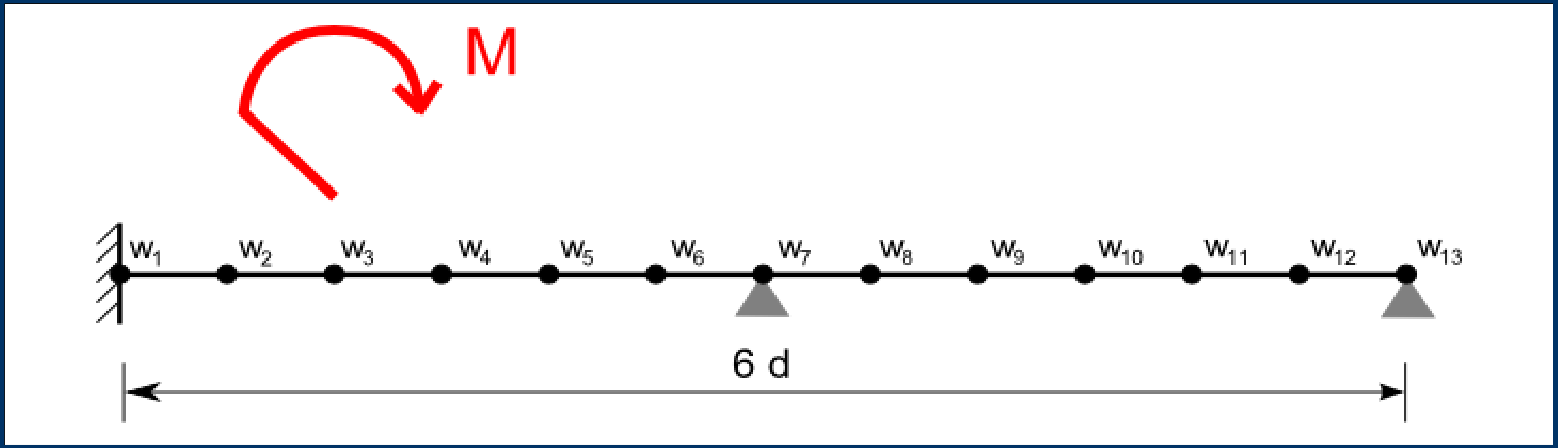
Wykresy momentów od siły F

- Liczba węzłów: **7 , 13, 25, 49** **(h=1, 0.5, 0.25, 0.125 m)**



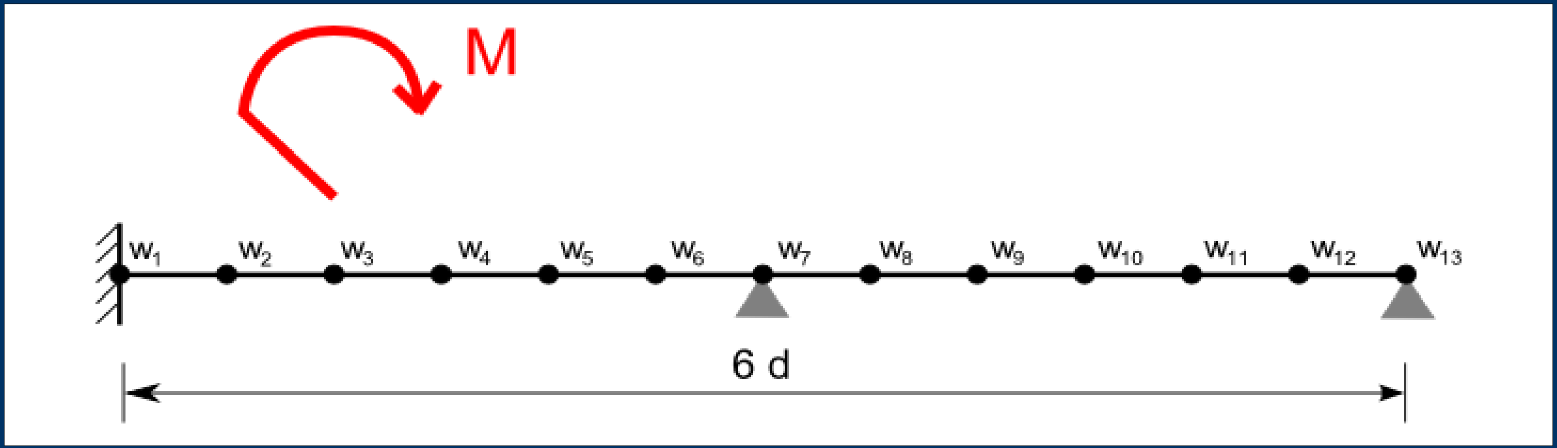
Przypadek ogólny

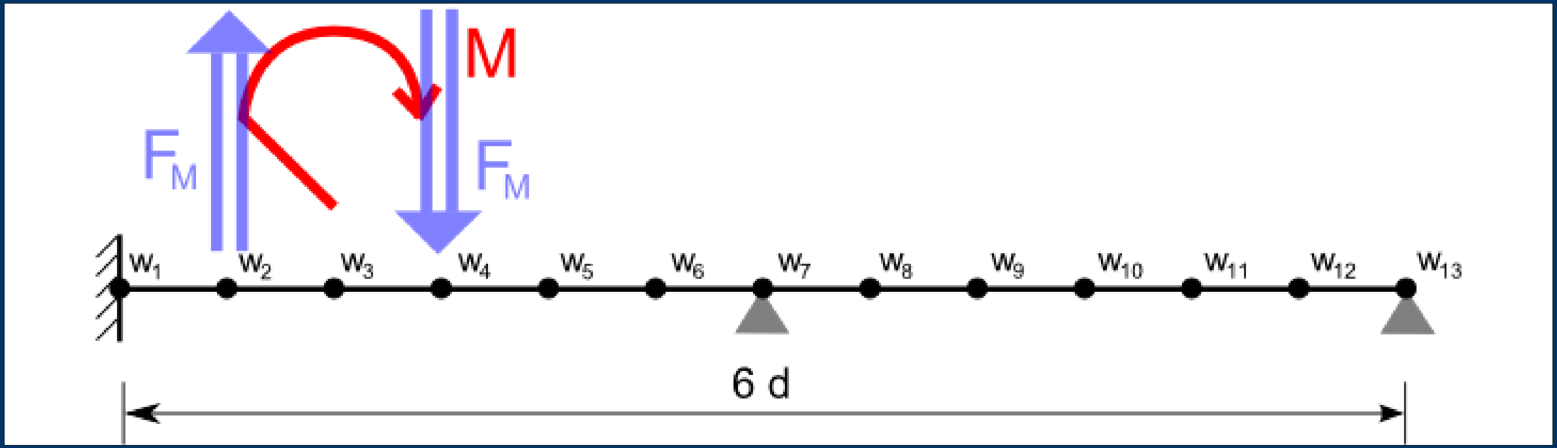
- **Przykład nr 3c**



Przypadek ogólny

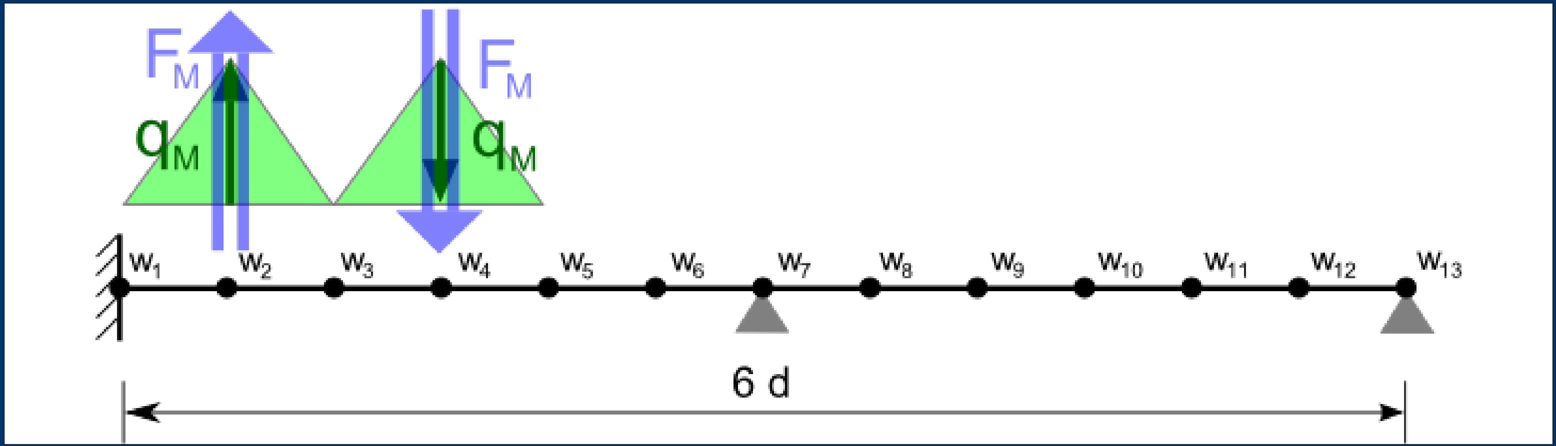
- **Przykład nr 3c**





Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3c**



- Wektor obciążenia:

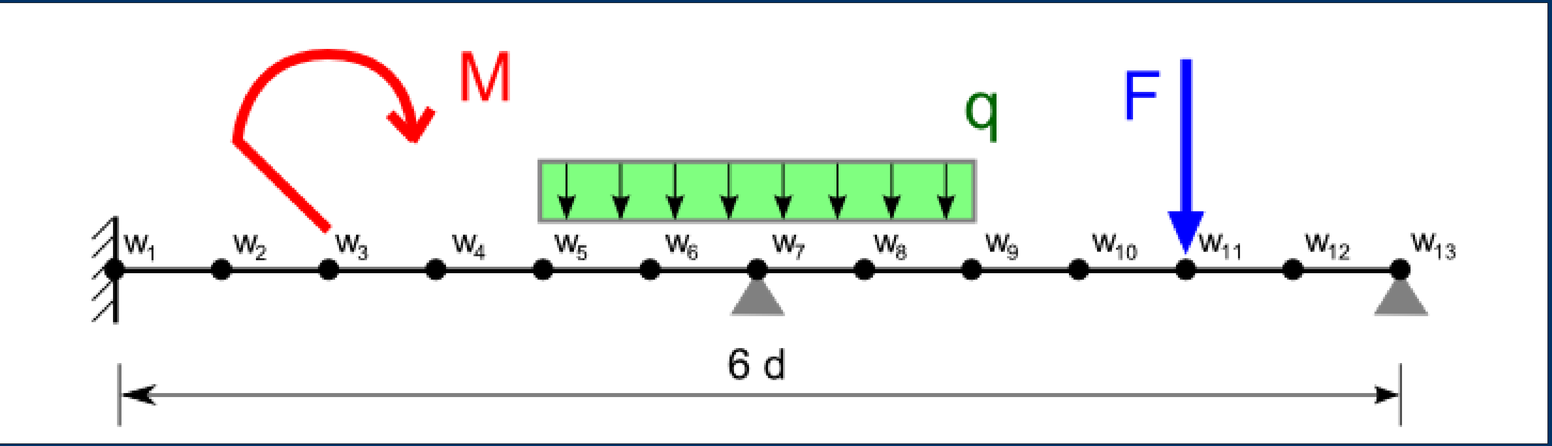
$$q_M = [0 \quad -q_M \quad 0 \quad +q_M \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

gdzie: $h = d/2;\ F_M = M/2h;\ F_M = 1/2 * q_M * 2h \quad =>$

$q_M = F_M/h = M/2h^2$

Przypadek ogólny

- **Przykład nr 3 (obciążenia razem):**



- Wektor obciążenia:

$$\mathbf{q}_M = [\ 0\ \ -q_M\ \ 0\ \ q_M\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]$$

$$\mathbf{q}_C = [\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ q\ \ q\ \ q\ \ q\ \ q\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]$$

$$\mathbf{q}_F = [\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ q_F\ \ 0\ \ 0\ ]$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_M + \mathbf{q}_C + \mathbf{q}_F = [\ 0\ \ -q_M\ \ 0\ \ q_M\ \ q\ \ q\ \ q\ \ q\ \ q\ \ 0\ \ q_F\ \ 0\ \ 0\ ]$$

Uwagi końcowe

- W prezentacji przedstawiono jeden ze sposobów definicji obciążeń skupionych poprzez zastępcze obciążenia ciągłe. Jest to usupełnienie wiadomości do tematu omówionego na poprzednich zajęciach.
- Błędy przedstawionej definicji obciążeń maleją wraz ze wzrostem liczby węzłów (gdy $h \rightarrow 0$).
- Obliczenia przeprowadzane dla różnych gęstości siatki wymagają każdorozowo aktualizacji wektora obciążeń. Dosyć łatwo można to zautomatyzować, choć wymaga to oczywiście chwili zastanowienia.
- Przykładowy m-plik ze skryptem znajduje się w katalogu z materiałami do zajęć.